

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')**
ΔΕΥΤΕΡΑ 18 ΜΑΪΟΥ 2009
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε ασυμβίβαστα μεταξύ τους ενδεχόμενα A και B ισχύει ότι

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Μονάδες 10

B. Αν x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n (κ<n), να ορίσετε τη σχετική συχνότητα f_i της τιμής $x_i, i = 1, 2, \dots, k$.

Μονάδες 5

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Για το γινόμενο δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων f, g ισχύει ότι

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g'(x) + f(x)g'(x)$$

Μονάδες 2

β. Αν A, B είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω, τότε ισχύει ότι

$$A - B = A \cap B'$$

Μονάδες 2

γ. Για τη συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ ισχύει ότι $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$

Μονάδες 2

δ. Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

Μονάδες 2

ε. Η μέση τιμή ενός συνόλου n παρατηρήσεων είναι ένα μέτρο θέσης.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2ο

Στον επόμενο πίνακα δίνονται οι τιμές $x_i, i = 1, 2, 3, 4$ μιας μεταβλητής X με αντίστοιχες συχνότητες $v_i, i = 1, 2, 3, 4$. Η συχνότητα v_2 που αντιστοιχεί στην τιμή $x_2 = 3$ είναι άγνωστη. Δίνεται ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι ίση με $\bar{x} = 4$.

x_i	v_i
2	6
3	;
5	3
8	4

α. Να αποδείξετε ότι $v_2 = 7$.

Μονάδες 9

β. Να αποδείξετε ότι η διακύμανση των παρατηρήσεων είναι ίση με 4,9.

Μονάδες 9

γ. Να εξετάσετε αν το δείγμα των τιμών της μεταβλητής X είναι ομοιογενές.

Δίνεται ότι $\sqrt{4,9} \approx 2,2$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax - 7$, όπου a πραγματικός αριθμός, για την οποία ισχύει $2f''(x) + f'(x) + 15 = 3x^2$, $x \in \mathbb{R}$.

α. Να δείξετε ότι $a=9$

Μονάδες 7

β. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1}$

Μονάδες 8

γ. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f , η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία $y=-3x$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln x - \frac{x}{2} + \lambda^2 - 6\lambda + 2$, $x > 0$ όπου λ ένας πραγματικός αριθμός.

A. α. Να προσδιοριστεί το διάστημα στο οποίο η f είναι γνησίως αύξουσα και το διάστημα στο οποίο η f είναι γνησίως φθίνουσα.

Μονάδες 6

β. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τα ακρότατα.

Μονάδες 6

B. Θεωρούμε ότι οι τιμές της συνάρτησης $f(2)$, $f(4)$, $f(8)$, $f(3)$ και $f(5)$ είναι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X .

α. Αν R είναι το εύρος και δ η διάμεσος των παρατηρήσεων, να δειχθεί ότι

$$R = 3 + \ln \frac{1}{4} \text{ και } \delta = \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda$$

Μονάδες 7

β. Έστω ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ ο οποίος αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα. Αν το λ παίρνει τιμές στο δειγματικό χώρο Ω , να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου

$$A = \{\lambda \in \Omega \mid R + \delta < -2\}$$

Μονάδες 6